TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

VIỆN TOÁN ỨNG DỤNG VÀ TIN HỌC

·············🙠🕮🙢·············



BÁO CÁO MÔN HỌC

**GIẢI TÍCH SỐ**

**Đề tài: Phương pháp tiếp tuyến**

**Giảng viên: TS. Hà Thị Ngọc Yến**

Nhóm thực hiện**: 4**

|  |  |
| --- | --- |
| Lê Ngọc Tân | MSSV: 20195912 |
| Hoàng Văn Chung | MSSV: 20195844 |
| Hoàng Phạm Thông | MSSV: 20195922 |
| Cao Thị Phương | MSSV: 20195908 |
| Trần Thị Thùy Trang | MSSV: 20195932 |

Nguyễn Việt Khánh MSSV: 20195891

**MỤC LỤC**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **I.** | **Nghiệm và khoảng phân ly nghiệm..................................................** | **03** |
| **II.** | **Đặt vấn đề...........................................................................................** | **03** |
| **III.** | **Xây dựng công thức...........................................................................** | **03** |
| **IV.** | **Sự hội tụ của phương pháp...............................................................** | **03** |
| **V.** | **Thuật Toán.........................................................................................** | **07** |
| **VI.** | **Chương trình.....................................................................................** | **08** |
| **VII.** | **Hệ thống ví dụ....................................................................................** | **09** |
| **VIII.** | **Nhận xét về phương pháp Newton............................................................** | **11** |

1. **Nghiệm và khoảng phân ly nghiệm**
2. **Sự tồn tại nghiệm của phương trình**

**Định lý.** Nếu hàm số f(x) liên tục trên đoạn [a,b] và f(a) và f(b) trái dấu, tức là f(a).f(b)<0 thì phương trình f(x)=0 có ít nhất một nghiệm trong khoảng (a,b).

1. **Khoảng phân ly nghiệm**

**Định nghĩa.** Khoảng (a,b) được gọi là khoảng phân ly nghiệm của phương trình nếu nó chứa một và chỉ một nghiệm của phương trình đó.

**Định lý**. Nếu hàm số f(x) liên tục, đơn điệu trên đoạn (a,b) và f(a)f(b)<0 thì đoạn [a,b] là một khoảng phân ly nghiệm của phương trình

1. **Đặt vấn đề**

Cho hàm số f(x) xác định trên khoảng (a,b). Với (a,b) là khoảng cách ly nghiệm, tìm nghiệm gần đúng của phương trình?

Ý tưởng của phương pháp:

* Thay thế đường cong y = f(x) tại [a,b] bằng tiếp tuyến
* Tìm giao điểm của tiếp tuyến với trục hoành thay cho giao điểm của đường cong với trục hoành.

1. **Xây dựng công thức**

Ta có: Phương trình tiếp tuyến tại điểm xk

(1)

Vì dk \ Ox tại () nên ta có:

(2)

1. **Sự hội tụ của phương pháp**

**Định lý**: Điều kiện hội tụ theo Fourier (Điều kiện đủ)

Giả sử là khoảng nghiệm của phương trình . Đạo hàm liên tục,không đổi dấu, không tiêu diệt trên . Khi đó ta chọn xấp xỉ nghiệm ban đầu thuộc sao cho thì quá trình lặp sẽ hội tụ đến nghiệm.

*Ở* *định lý bên trên cần có các điều kiện chặt đó là f’ và f” liên tục và không đổi dấu. Vậy tại sao lại như vậy:*

- Nếu với

Chuỗibị dừng ởvà không hội tụ đến nghiệm.

- Nếu với thì hàm số vừa lồi vừa lõm

*Như vậy trước khi sử dụng phương pháp tiếp tuyến thì việc kiểm tra điều kiện định lí là vô cùng cần thiết nhằm tránh khỏi những sai sót trong quá trình tìm kiếm nghiệm*

**Chứng minh sự hội tụ**

**Các bước chứng minh:**

1. Chứng minh dãy đơn điệu và bị chặn

**Trường hợp 1:** . Xét điểm .

Xác định một hàm số:

Ta có :

= 0

Khi đó:

.

Tương tự:

*Ta vừa chứng minh một dãy giảm và bị chặn bởi a*

**Trường hợp 2:** .

Xét điểm

Xác định một hàm số:

Ta có :

= 0

Khi đó:

Tương tự:

*Ta vừa chứng minh một dãy tăng và bị chặn trên bởi* b

**Trường hợp 3:** .

Xét điểm

Xác định một hàm số:

Ta có :

= 0

Khi đó:

Tương tự:

*Ta vừa chứng minh dãy xn tăng và bị chặn trên bởi b*

**Trường hợp 4:** .

Xét điểm

Xác định một hàm số:

Ta có :

= 0

Khi đó:

Tương tự:

*Ta vừa chứng minh dãy xn giảm và bị chặn bởi a*

1. **Giới hạn của dãy là nghiệm của phương trình**

Như câu a ta đã chứng minh là đơn điệu và bị chặn nên:

Vậy khi dãy {xn} tiến ra vô cùng thì giới hạn của nó tiến đến nghiệm của phương trình

x

1. **Chứng minh các công thức sai số**

Hàm số thõa mãn điều kiện định lý trên thì dãy lặp thì hội tụ đến nghiệm đúng của phương trình theo hai cach đánh giá sau:

(1)

(2)

Ở đó ;

**Chứng minh (3)**

Định lý Lagrange: khả vi trên thì .

- Gọi là nghiệm đúng của phương trình sau lần lặp thứ n thì Là một khoảng tại đó khả vi, liên tục.

ở đó

**Chứng minh (4)**

Khai triển Taylor của hàm tại , ta được:

Mà

,

;

**Lưu ý:** Trong thực hành còn có thể chọn sai số của xn là: |xn-xn-1|

1. **Thuật toán**

**\* Input:** Nhập vào hàm số , đoạn [a,b], sai số epsilon;

**\* Output:** Cho ra nghiệm x của hệ phương trình.

Bước 1: Nhập: , a, b, epsi, n=0

Bước 2: Kiểm tra các giá trị đầu mút a, b

Bước 3: Gán min(f’(x))= f’(a); max(f’(x))=f’(b). Nếu min.max<0 thì thông báo f’(x) đổi dấu trên (a,b) và kết thúc

Bước 4: Tìm cực trị của f’(x) trong [a,b]. Nếu tồn tại cực trị x1 thuộc (a,b) khẳng định f”(x) đổi đấu trên (a,b) và kết thúc

Bước 5 : Nếu f(a).f”(a)>0 thì a. Nếu không thì =b

Bước 6 : Tính

Bước 7: Tăng n lên 1 đơn vị. Tính

Bước 8: Nếu thì thông báo nghiệm gần đúng là và kết thúc chương trình. Nếu không quay lại bước 7.

1. **Chương trình**

|  |
| --- |
| %Phan nhap du lieu  format long  syms x real;%Khai báo bien x là kieu so thuc  f = x^5-4;%Khai báo hàm so f(x)  a = 1;b = 1.5;%Khai báo khoang cách ly nghiem (a,b)  epsi = 0.000001;%Khai báo sai so cua xn  c=cell(100);%Khai báo mang chua các buoc tính cua xn  %-------------------------------------------------------------  if subs(f,x,a)==0 %Kiem tra gia tri dau mut a  x=a  else if subs(f,x,b)==0 %kiem tra gia tri dau mut b  x=b  else  %Tim min,max cua f'(x) tai [a,b]  y=diff(f,x);%Dao hàm cua f(x)  y1=diff(y,x);%Dao ham cua f'(x)  %Gán min và max cho hai dau mut  miny=subs(y,x,a);  maxy=subs(y,x,b);  if miny\*maxy>0 %Neu min\*max>0 thi thuc hien chuong trinh  x0=a;anpha=0.05; %Gan gia tri ban dau cho a  if(miny>maxy)%Neu miny>maxy thi doi miny va maxy  tgian=miny;  miny=maxy;  maxy=tgian;l  end  %Thuat toán tim cuc tri cua f'(x)  dau=1;  while (abs(subs(y1,x,x0))>0.00001)  if subs(y1,x,x0)<0  dau=-1;  end  x0=x0+dau\*anpha\*subs(y1,x,x0);  if (x0>b)  break  end  end  if (x0>a) & (x0<b)  disp("Ham so co f''(x) doi dau tren (a,b)");  else  if subs(f,x,a)\*subs(f,x,b)<0  if subs(f,x,a)\*subs(diff(diff(f,x)),x,a)>0  x0=a;  else x0=b;  end  n=1;  c{1}=double(x0);  disp([n double(x0)]);  delta=epsi\*abs(miny); %Tính f(xn) trong công thuc sai so bac nhat  while abs(subs(f,x,x0))>= delta  x0=x0-subs(f,x,x0)/subs(y,x,x0);  n=n+1;  c{n}=double(x0);%Luu lai các buoc tính x0  disp([n double(x0)]);  end  x=double(x0)%Thong báo ket qua  else disp("Khong co nghiem trong khoang [a,b]");  end  end  else disp("Ham so co f'(x) doi dau tren (a,b)")  end  end  end |

1. **Ví dụ về phương pháp tiếp tuyến**

Lưu ý: Tất cả các chương trình đều có sai số là 106

VD1: Trường hợp thõa mãn các điều kiện của thuật toán.

Giải phương trình x=**,** khoảng cách ly nghiệm (1,1.5)

|  |
| --- |
| >> Pp\_Tieptuyen  1.000000000000000 1.500000000000000  2.000000000000000 1.358024691358025  3.000000000000000 1.321631670305189  4.000000000000000 1.319514725247281  5.000000000000000 1.319507910843279  x =  1.319507910843279 |

* Phân tích đầu vào:
  + Khoảng (1,1.5) thõa mãn là một khoảng cách ly nghiệm.
  + Lần lượt và .
  + \*>0 nên x0 = 1.5 được chọn làm điểm bắt đầu lặp.
* Phân tích đầu ra:
  + Với x0 = 1.5 sau 4 lần lặp cho ra nghiệm gần đúng x4 = 1.319507910843279thõa mãn sai số với nghiệm đúng nhỏ hơn 106 .
  + Tốc độ hội tụ nhanh.

VD2. Trường hợp có nhiệm thuộc hai đầu mút thuộc đoạn [a,b]

* Hàm số = 0 , Với



* Chạy chương trình:

|  |
| --- |
| >> Pp\_Tieptuyen  x =  3 |

* Phân tích đầu vào:
  + Hàm số có nghiệm là 1 trong hai đầu mút
* Phân tích đầu ra:
  + Chương trình kiểm tra được 1 đầu mút là nghiệm, sau đó in ra kết quả về kết thúc chương trình.

VD3. Trường hợp có f’ đổi dấu trên (a,b).

* Hàm số = 0 , Với



* Chạy chương trình:

|  |
| --- |
| >> Pp\_Tieptuyen  Ham so co f'(x) doi dau tren (a,b) |

* Phân tích đầu vào:
  + Ta có:



* + .



* + Không thõa mãn yêu cầu của định lý.
* Phân tích đầu ra:
  + Chương trình kiểm tra được tồn tại 1 điểm mà ở đó = 0, Thông báo và kết thúc chương trình



VD4. Trường hợp có f” đổi đấu trong (a,b)

* Phương trình:



* Chạy chương trình:

|  |
| --- |
| >> Pp\_Tieptuyen  Ham so co f''(x) doi dau tren (a,b) |

* Phân tích đầu vào:
  + Ta có:



* + Không thõa mãn yêu cầu của định lý
* Phân tích đầu ra:
  + Chương trình kiểm tra được tồn tại 1 cực trị của f’(x) trong khoảng (-1,1). Thông báo và kết thúc chương trình.

**VI.** **Nhận xét về phương pháp Newton**

Nhờ việc sử dụng đạo hàm của hàm số f(x) nên nói chung phương pháp Newton hội tụ nhanh hơn phương pháp chia đôi và phương pháp dây cung. Tuy nhiên việc kiểm tra điều kiện để áp dụng phương pháp Newton phức tạp hơn. Những điều kiện để phương pháp Newton hội tụ là quan trọng và cần thiết phải kiểm tra khi áp dụng phương pháp này.